# דוגמה

קיים . נוכיח שהוא קיים

:

טענה הסדרה עולה

## למה – משפט הבינום

עבור מתקיים

כאשר

*נמשיך:*

מכיוון שאנו מחסרים פחות מה1 בכל איבר מקבלים ש

טענה הסדרה חסומה מלעיל.

נוכיח על ידי חסם מלעיל 3. ממה שאנו רואים ולכן

*לכן הסדרה מתכנסת. קוראים לגבול הזה*

למת קנטור

נתבונן בקטעים באשר (הערה – הכוונה ב היא )

ונניח ש

אזי קיים כך ש

הערה: משפט זה אינו נכון עבור קטעים לא סגורים.

דוגמה: : :

הערה: יכול להיות שהחיתוך יהיה ריק אפילו אם הקטעים גדול מאפס

דוגמה: : :

# הוכחה

טענה: הסדרה לא יורדת וחסומה מלעיל

טענה: הסדרה לא עולה וחסומה מלרע

הוכחה: ז"א

הסדרה חסומה מלעיל ע"י . הסדרה חסומה מלרע ע"י

לכן קיימים אבל שכך

נסמן את הערך המשותף של בc. אזי לכל n לכן לכל n לכן

לא ייתכן שקיימת עוד נקודה ב שכן אם הקטע יוכל בחיתוך ואם הקטע יוכל בחיתוך, אבל לא ייתכן שאורך הקטע שואף לאפס.

תת סדרה/סדרה חלקית

# הגדרה

תהי סדרה ב ותהי סדרה עולה של מספרים טבעיים

הסדרה המוגדרת ע"י נקראת תת סדרה או סדרה חלקית של

תת סדרה:

# דוגמאות

1. ,

# הערה

נניח ש הינה תת סדרה של וש הינה תת סדרה של , אזי הינה תת סדרה של

במילים אחרות: תת סדרה של תת סדרה הינה תת סדרה

# משפט

אם אזי לאותו הגבול יתכנס כל תת סדרה של

## הוכחה

תהי תת סדרה של , ויהי . צ"ל שקיים כך שאם אזי

ידוע ש לכן קיים N כך שאם אזי . ניקח אזי אם אזי ומכאן

# הערה

זה גם נכון שאם כל תת סדרה של מתכנסת לa אזי גם . למשל נוכל לקחת . עבור בחירה זו

# משפט

תהי סדרה. יהי . קיימת תת סדרה של המתכנסת ל אם ורק אם לכל , 𝑝𝑠𝑖𝑙𝑜𝑛>𝑡𝑎𝑟𝑟𝑜𝑤 סדרה של ם. הסדרה הינה קבוצה אינסופית.

## הוכחה

נניח ש ויהי . אזי קיים K כך שאם אזי ולכן *עכשיו נניח אינסופית. צריך לבנות סדרה כך ש. יהי יש אינסוף אינדקסים n כך ש. נקבע אחד מהם ונקרא לו יהי יש אינסוף אינדקסים כך ש נקבע אחד מהם שהוא גדול מ ונקרא לו באופן כזה נגדיר אינדקסים כך ש. ברור ש היא תת סדרה של . טענה: . יהי . ניקח K כך ש, אזי אם מתקיים*

# משפט

אם ורק אם לכל תת סדרה יש תת סדרה המתכנסת לa

## הוכחה

נניח ש. אזי קיים כך ש עבור אינסוף אינדקסים.